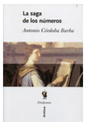

Categoría: **Sobre las matemáticas**
Autor:
Antonio Córdoba

Editorial:
Crítica. Colección Drakontos

Año de publicación:
2006

Nº de hojas:
360

ISBN:
84-8432-796-5

En una de las innumerables citas que se atribuyen al matemático húngaro George Pólya, se dice que los conceptos iniciales del análisis matemático son tan sutiles que *"uno no los llega a comprender nunca, simplemente se acostumbra a ellos"*. Por otro lado, la lógica, esa disciplina que por medio de reglas determina la validez de razonamientos (en filosofía), permite demostrar teoremas e/o inferir otros resultados (en matemáticas), revisar programas (en informática) o tomar decisiones (en la vida diaria), puede resultar de enorme complejidad. Un cóctel que incluya ambas materias sin apartarse del rigor puede resultar demoledor, a menos que se presente de un modo adecuado. El presente libro trata de llevar a cabo esta encomiable tarea.

Aunque en la portada no aparece, el subtítulo de la primera página, *"Números, Conjuntos y demostraciones"*, define perfectamente lo que nos vamos a encontrar. Es preciso indicar de principio al posible lector que no está ante un libro elemental ni de divulgación propiamente dicha aunque aparezcan algunos apartados de este tipo. Tampoco es un libro de texto convencional aunque bien podría utilizarse como tal; de hecho se indica en el prólogo que su origen es una asignatura de primer curso de las licenciaturas de Matemáticas e Informática. Nos vamos a encontrar por ello temas orientados a las necesidades de ambas titulaciones, en particular con más incursiones en aspectos relativos a la computación de las que cabría esperar en un libro de matemática pura.

En palabras del autor, esta obra es un paseo por diferentes temas que pretende servir de estímulo a lecturas más profundas, así como una muestra de diferentes modos de razonar. Es además un homenaje personal a lecturas de juventud, a amigos, profesores y compañeros, definiéndolo como *"el texto que me hubiera gustado leer entonces"*. Se advierte no obstante que ciertas secciones son de cierta complejidad proponiéndose varias lecturas, saltando en las primeras los apartados más complicados, aunque la mayoría pueden ser *"comprendidos sin más requisitos que las matemáticas del bachillerato"* .

El texto me ha parecido magnífico, muy interesante, pero mi experiencia diaria, con alumnos de informática precisamente, me obliga a no compartir la última afirmación. El profesor encontrará en sus páginas muchas ideas, comentarios, sugerencias aprovechables para llevar al aula, no sólo para explicar matemáticas, sino también para dinamizar la clase, pero un alumno, desgraciadamente, no pasaría de las dos primeras páginas de cada capítulo en el mejor de los casos, al menos el alumno de hoy en día. Veamos porqué.

Después de un **prólogo - epílogo** realmente cautivador (al menos a mi me lo parece; las referencias literarias, las poesías intercaladas, su descripción de objetivos, esas pinceladas y vivencias personales, no sólo me parecen muy acertadas, sino que acercan al lector y al autor de un modo poco habitual en los textos técnicos, mucho más asépticos, fríos e impersonales. Los matemáticos, los científicos, no dejamos de ser personas, y si queremos acercarnos a la sociedad, compartir y transmitir nuestros trabajos, es necesario crear cierta complicidad. El anteriormente citado rigor no está reñido con esto), en el primer capítulo se presentan de un modo más formal, algunos de los **útiles que va a necesitar** llevar el lector/caminante en su "excursión": el principio de inducción (aprovechando para demostrar a modo de ejemplo algunas igualdades clásicas u otras de interés: la suma de los primeros términos de una progresión aritmética, la de los cuadrados, el binomio de Newton y algunas propiedades de la sucesión de Fibonacci), algunas definiciones sobre conjuntos, y lo más elemental de la lógica de proposiciones (tablas de verdad y falacias, con ejemplos bastante clarificadores y en algunos casos, de actualidad) para finalizar, como se hace en cada capítulo, con alguna aplicación que relacione los conceptos vistos, en este caso, la explicación del calendario universal. Cada apartado va acompañado de una pequeña lista de ejercicios propuestos, normalmente del nivel de lo que se ha explicado. Este capítulo sí es totalmente asequible para nuestros alumnos y personas con interés con estudios de secundaria.

Como cabría esperar de un recorrido por los diferentes tipos de números, el siguiente capítulo se dedica a los **números naturales** (aunque distingue los naturales del cero, a la larga va a incorporar éste como parte de los primeros). Define éstos de forma intuitiva mediante una relación de equivalencia (Frege-Cantor) haciéndonos ver posteriormente cómo se llega a ciertas contradicciones (apartados como éste son a los que me refería al principio como aquellos que no aparecerían en un texto matemático al uso. Al lector que no se plantee cómo está estructurada la matemática, que la acepte sin más complicaciones lógicas, esto le trae al fresco, si bien deja entrever los límites de la matemática). Se introduce entonces la propuesta de Hilbert a partir de los axiomas de Peano cuyo detalle se reserva para el capítulo octavo. Se recuerdan conceptos como la divisibilidad, los números primos (demostración de su infinitud, criba de Eratóstenes, primos gemelos, de Fermat, etc.), relaciones de orden, algoritmo de Euclides (con varios ejemplos en los que además muestra la igualdad de Bezout) y el teorema fundamental de la Aritmética. Hasta aquí todo asequible. Llega entonces el "plato fuerte": la función π(x), las desigualdades de Chebychev y la prueba de que entre un número natural y su doble existe al menos un número primo. Aunque no se demuestran todos los pasos, el lector debe tener un manejo, digamos de cierto nivel, de desigualdades, límites, sumatorios y funciones reales para comprender totalmente sus contenidos. No se pierde la ocasión de motivar el interés de π(x) en criptografía.

Proseguimos con los **números enteros**, construidos a partir de los naturales (N x N), se introduce el anillo Z/(n), las congruencias y la resolución de ecuaciones y sistemas de congruencias de primer grado (teorema chino del resto, demostración y ejemplos), el pequeño teorema de Fermat, la aritmética binaria (que obviamente no puede faltar en un texto con informáticos como destinatarios) y la resolución de ecuaciones diofánticas lineales y de las ternas pitagóricas. Finalmente, se recuerda el último teorema de Fermat y se prueba la no existencia de solución para potencias cuartas.

Seguidamente pasamos a la construcción de los **números racionales**, operaciones, representación gráfica (recordando el teorema de Tales), fracciones decimales, números periódicos, potencias negativas y notación científica, y las pruebas de la densidad y numerabilidad de Q. De segundo tomo, el último apartado dedicado a las sucesiones de Farey, en el que el lector debe estar al día en cuanto a integrales y series numéricas. Del capítulo quinto acerca de los **n úmeros reales** , sólo es elemental su introducción (cuatro primeras páginas); para seguir el resto se necesita mucho más de lo exigido hasta aquí: construcción de R por clases de equivalencia de sucesiones de Cauchy de racionales, prueba de la irracionalidad del número e, de π y de ζ(2) (para esta última se debe conocer y manejar la convergencia uniforme de series para poder intercambiar integrales, derivadas, límites, con series funcionales), se exponen los problemas que presenta el continuo (volvemos a la teoría de conjuntos, hablando ya de cardinales), se introduce el conjunto de Cantor y se demuestra que tiene medida nula y que es biyectable con [0, 1). Concluye el capítulo con la presentación de los números computables y una referencia histórica a los mismos. En cambio el capítulo dedicado a los **números complejos** , salvo en lo relativo de nuevo a la función zeta de Riemann, es básico y perfectamente entendible sin mayores problemas.

Los dos capítulos siguientes, uno dedicado a los ordinales y otro a los cardinales, vuelve a ser extremadamente complejo (la culpa no es en absoluto del autor, del que se nota su esfuerzo por dejar claras las cosas en la medida de lo posible, sino por la naturaleza de los conceptos que maneja, de nuevo basados en la teoría de conjuntos y la lógica más abstracta). Se describe lo que se entiende por conjunto ordenado, el principio de buena ordenación, el de inducción transfinita, el axioma de elección y sus distintas formulaciones, el lema de Zorn, las implicaciones entre estos tres, el problema de la medida y la definición de ordinal. Algo más asequible resulta el tema dedicado a los cardinales en el que se retoman las paradojas del primer capítulo, se describe el sistema axiomático de Zermelo-Fraenkel y a nivel divulgativo se explica la idea de la metamatemática de Hilbert, los teoremas de incompletitud de Gödel y el problema de la parada y los números computables de Turing. El capítulo final, más algebraico, es el más sencillo de seguir de todos. Se dedica a los polinomios y sus operaciones, las fracciones algebraicas, el teorema fundamental del álgebra y un apunte final dedicado a los tres problemas griegos clásicos y la imposibilidad de su resolución. Personalmente echo en falta, aunque fuera breve, una introducción o un apunte sobre interpolación polinómica (se plantea como ejercicio la forma de Lagrange en dos (caso trivial ya que no deja de ser la ecuación de la recta que pasa por dos puntos) y tres nodos). Presentar al menos la forma de Newton del polinomio interpolador (tabla en diferencias divididas), que es más práctica que la anterior, hubiera tenido su interés. Pero eso plantearía introducirnos en el cálculo numérico y seguramente sobrepasaríamos la extensión razonable del paseo que se planteaba inicialmente.

Resumiendo, un libro interesante muy bien escrito, del que podremos sacar partido los docentes, sobre todo aquellos que nos dedicamos a la enseñanza en diplomaturas y licenciaturas de informática y demás ciencias de la computación.

 Materias: Naturales, reales, complejos, hipercomplejos, primos, ecuación diofántica, numerabilidad, ordinales, cardinales, axioma de elección, paradojas, lógica, sistema axiomático.

 Autor de la reseña: Alfonso Jesús Población Sáez (Universidad de Valladolid)