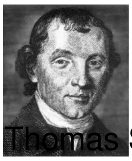
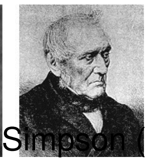
Resolución gráfica de ecuaciones cuadráticas

Thomas Simpson (1710-1761)

El inglés Thomas Simpson es conocido en el mundo de las Matemáticas por sus contribuciones a los métodos numéricos de integración. Fue miembro de la Royale Society y de la Real Academia Sueca de Ciencias. También escribió sobre cálculo diferencial (*New Treatise of Fluxions*, 1737) y probabilidad (*The Nature and Laws of Chance*, 1740). En el campo de la educación matemática, sus textos sobre álgebra, geometría y trigonometría se editaron profusamente durante el siglo XVIII.

En su *Treatise of Algebra* (1745) se encuentra la resolución gráfica de los tres tipos de ecuaciones cuadráticas siguientes:

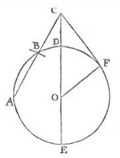
$x^2 + ax = bc$ (primera forma)
$x^2 – ax = bc$ (segunda forma)
$ax – x^2 = bc$ (tercera forma)

He aquí la traducción del texto original (pp. 234-236). [1]

Construcción de la primera y segunda formas

Con radio $\frac{1}{2}a$ *se describe el círculo OAF y, desde un punto A cualquiera de su circunferencia se aplica la* *línea recta AB igual a b – c (o a c – b si se supone que c es la mayor) prolongándola hasta que BC = c. Desde el punto C, a través del centro O, se traza CDE que corta a la circunferencia en D y E.*

Entonces, el valor de x vendrá dado por CD, en el primer caso, y por CE en el segundo.



Por construcción, DE = a. Entonces, es claro que si CD se designa por x, entonces CE = x + a. Pero si CE se designa por x, entonces CD = x – a. Pero, en virtud de Euclides 37. 3([2]), CE · CD = AC · CB. Es decir: $(x + a)x = x^2 + ax = bc$*, en el primer caso, y* $x(x - a) = x^2 - ax = bc$*, en el segundo (...)*

Si b y c son iguales, entonces la solución es más sencilla y se construye así:

Desde cualquier punto F de la circunferencia se dibuja la perpendicular FC, igual a b (o igual a c), al radio FO y después se traza CDE como antes.

Notas:

[1] Hemos procurado ser fieles al estilo de Simpson, pero hemos modificado ligeramente su simbolismo algebraico.

[2] Se refiere a la siguiente proposición del libro tercero de los *Elementos* de Euclides:
Si desde un punto exterior a un círculo se le trazan dos rectas, una de las cuales lo corta y la

otra sólo lo toca, el rectángulo comprendido por toda la recta secante y su parte exterior entre el punto y la periferia convexa del círculo equivale al cuadrado de la tangente.

Como el diámetro ED = a, es evidente que si DC o EC se designa por x, entonces la parte que sobra es a – x. Pero DC · EC = AC · CB (Euclides, 36.3)[3] *. Es decir:* $ax - x^2 = bc$.

Cuando las cantidades b y c sean iguales, el método de construcción es, en este caso, el mismo. Pero si en este caso, o en el precedente, los valores de b y c son tan desiguales que b – c, en el primer caso, o b + c, en el último, son mayores que el diámetro a, entonces en lugar de estas cantidades deberás usar otras como $\frac{1}{2}b$ *y 2c, o* $\frac{1}{3}b$ *y 3c, cuyo rectángulo o producto es el mismo, o encontrar un medio proporcional entre ellas, de acuerdo con el método común.*

Referencias bibliográficas:

- BOYER, C. B. (1986). *Historia de la matemática.* Madrid: Alianza Editorial, S. A.
- SIMPSON, T. (1745). *Treatise of Algebra*. London: John Nourse.
- VERA, F. (1970). *Científicos griegos* (dos volúmenes). Madrid: Aguilar, S. A. de Ediciones.

Referencias on line:

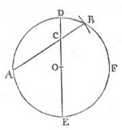
- *The MacTutor History of Mathematics archive* http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/

Nota:

[3] Se refiere a la siguiente proposición del libro tercero de los *Elementos* de Euclides:
Si dos rectas se cortan en el interior de un círculo, el rectángulo comprendido por los segmentos de una de las rectas es equivalente al comprendido por los segmentos de la otra.

Construcción de la tercera forma

En primer lugar, con radio $\frac{1}{2}a$, se describe un círculo (como en el caso precedente) en el que se inscribe, por aplicación, la línea recta AB igual a b + c, suma de las dos cantidades dadas, y en ella se toma AC igual a (b) la mayor de ellas.



A través de C se dibuja el diámetro DCE. Entonces, DC o EC será la raíz de la ecuación.