

El Teorema de los Poliedros en la última Proposición de *Los Elementos* de Euclides



Euclides. Biblioteca de El Escorial. Obra de P. Tibaldi. 1586.

«**Euclides era platónico, [...], mejoró los trabajos de Teeteto, [...], se propuso como objetivo final del conjunto de sus *Elementos* la construcción de los cinco poliedros regulares**

».

Proclo. Comentario al Libro I de *Los Elementos* de Euclides (Prólogo, 2ª Parte)

Según Proclo, Euclides se formó en el ámbito matemático de los sucesores de los discípulos de Platón, en la *Academia* de Atenas, y por ello tuvo que sufrir la fascinación de sus miembros por los cinco poliedros regulares —llamados *Cuerpos Platónicos*—, para incluirlos como clímax final, en el Libro XIII y último, de un tratado tan brillante como *Los Elementos*

. De hecho diversos comentaristas griegos atribuyen gran parte del contenido del Libro XIII al gran matemático platónico Teeteto.



Fragmentos de los dibujos de los *Sólidos Platónicos*

que Leonardo da Vinci diseñó para la recepción obvia de

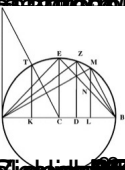
El estudio euclídeo de los poliedros regulares es muy importante para la Historia de la Matemática porque contiene el primer ejemplo de un teorema fundamental de clasificación. Euclides introduce uno por uno, los poliedros regulares en las definiciones XI.12 (pirámide), XI.25 (cubo), XI.26 (octaedro), XI.27 (icosaedro), XI.28 (dodecaedro) de *Los Elementos*. El objetivo de los Teoremas del Libro XIII de *Los Elementos*

es inscribir cada uno de los poliedros regulares en una esfera, construcciones que Euclides, con un extraordinario virtuosismo geométrico, obtiene, de forma sucesiva, en las Proposiciones XIII.13–XIII.17, hallando la razón de la arista del sólido al diámetro de la esfera circunscrita, obteniendo los resultados que se sintetizan en el cuadro adjunto que muestra la razón de la arista de cada sólido al radio R de la esfera circunscrita.

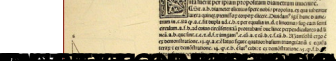
Euclides (El Teorema de los Poliedros en la última Proposición de Los Elementos de Euclides)

Escrito por Pedro Miguel González Urbaneja

Poliedro	Proposición	Arista
Tetraedro	XIII.13	$(2/3)R\sqrt{6}$
Cubo	XIII.14	$(1/2)R\sqrt{2}$
Dodecaedro	XIII.15	$(R/3)(\sqrt{10}(5-\sqrt{5}))$
Octaedro	XIII.16	$(R/3)(\sqrt{3}-\sqrt{5})$



Significa la suma de los volúmenes de los poliedros que se forman al dividir el cubo en 2 (en particular



mones negativas de poliedro $(m-2)$ y m regulares de unidades geométricas:

$m(n-2)180^\circ < 360^\circ$	
$(m-2)(n-2) < 4$	
• para $m=3$	$n=3$ (Tetraedro)
	$n=4$ (Cubo)
	$n=5$ (Dodecaedro)
• para $m=4$, $n=3$	(Octaedro)

Proposición 13. El volumen de un poliedro cualquiera es igual al producto de su superficie por la altura dividida por 3.