

1. Introducción

La palabra “álgebra” con la que se designa una parte de las Matemáticas, proviene del término *al-jabr* que aparece en el título de un texto del siglo IX, escrito por el matemático árabe al-Khowarizmi.

Los contenidos y métodos de esta disciplina no han permanecido invariables a lo largo de los tiempos, sino que han estado sometidos a cambios diversos. Así, en sus inicios, el álgebra era el arte de reducir y resolver ecuaciones. Actualmente, el álgebra moderna se centra en el estudio de estructuras (grupos, anillos, ...), pero su punto de arranque proviene de las investigaciones del genial Evariste Galois (1811-1832) sobre la resolución de ecuaciones por radicales.

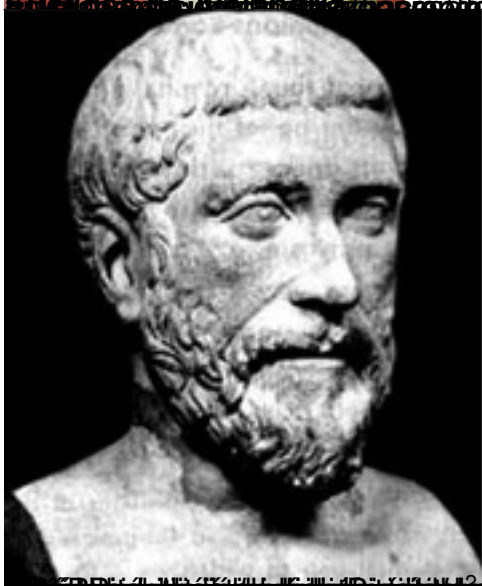
En la historia del álgebra se suelen distinguir tres periodos bien diferenciados:

- (i) Periodo retórico, en el que todas las expresiones se escribían utilizando el lenguaje ordinario.
- (ii) Periodo sincopado, en el que se empezaban a utilizar símbolos y abreviaturas para representar la incógnita, sus potencias y los signos de las operaciones elementales.
- (iii) Periodo simbólico, en el que se usaban símbolos especiales tanto para la incógnita y sus potencias como para las operaciones y relaciones.

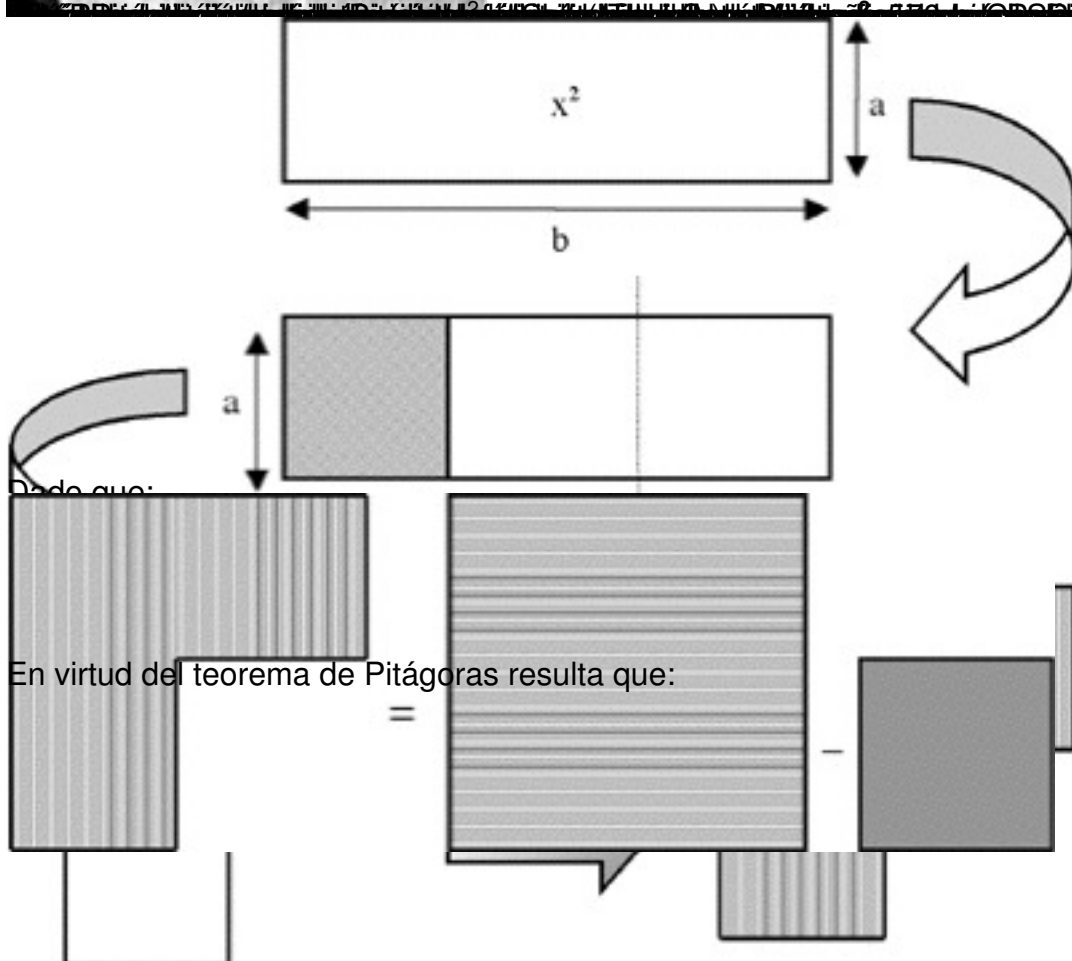
En la clasificación anterior no se incluye un tipo especial de álgebra que se sirve o se ayuda de diagramas para obtener resultados interesantes (expresiones notables, resolución de ecuaciones, ...). Esta *álgebra geométrica o álgebra diagramática* parece que se originó en la Escuela Pitagórica (allá por el siglo VI a. C.) y fue dada a conocer por Euclides de Alejandría (ca. 300 a. C.) en el libro II de sus famosos Elementos.

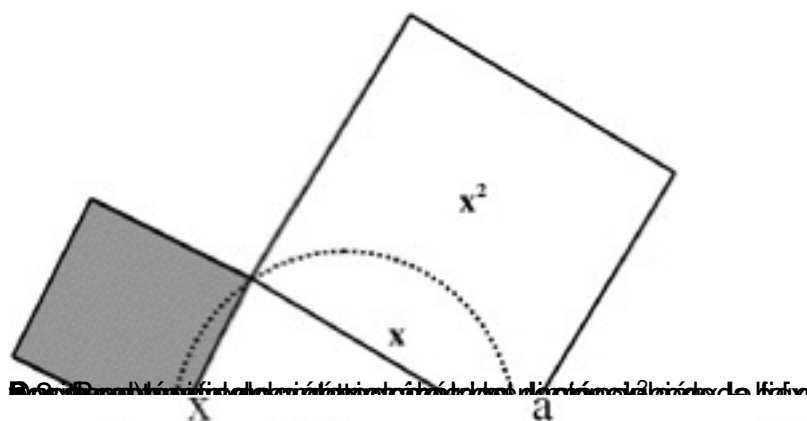


En el siglo XIII, Al-Khwarizmi introdujo en Europa algunos de los conceptos de álgebra



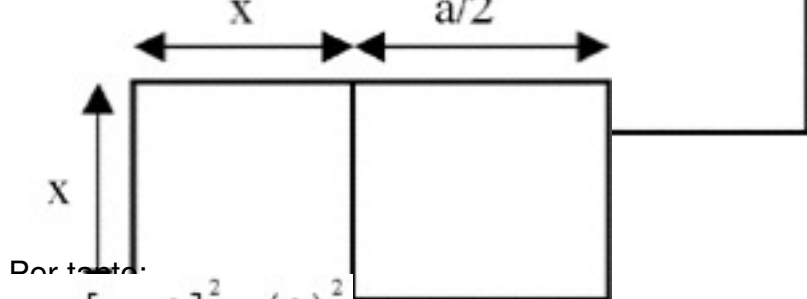
En el siglo III, Pitágoras introdujo en Europa algunos de los conceptos de álgebra





La ecuación cuadrática $x^2 + ax = b$ (siendo

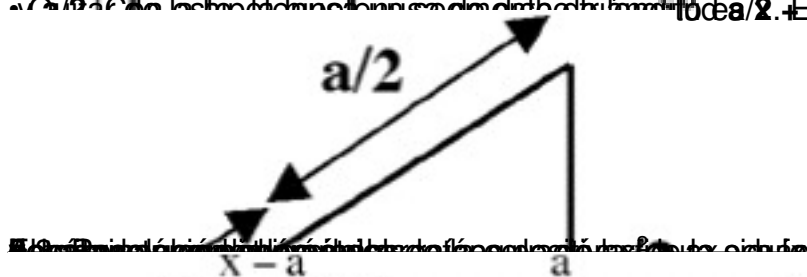
Entonces, el área del gnomon (hexágono cóncavo obtenido a partir del rectángulo anterior) de



Por tanto:

$$b = \left[x + \frac{a}{2} \right]^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2$$

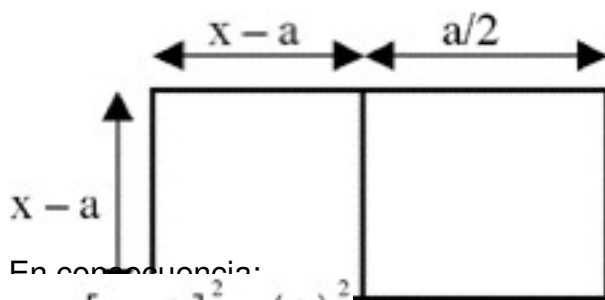
El segmento $a/2$ es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son x y $a/2$. La longitud del segmento $a/2$ es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son x y $a/2$. El segmento resultante es x .



La ecuación cuadrática $x^2 = ax + b$ consiste en

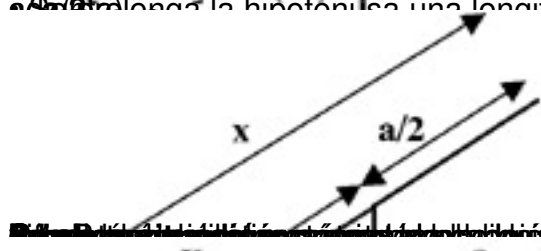
Entonces, el área del gnomon del diagrama adjunto también es b .



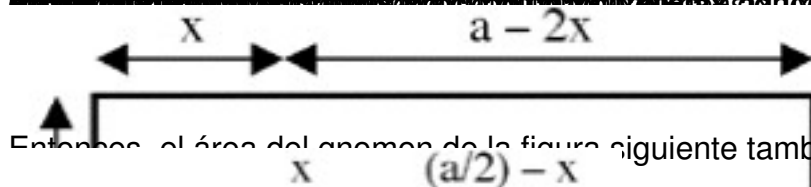


En consecuencia:

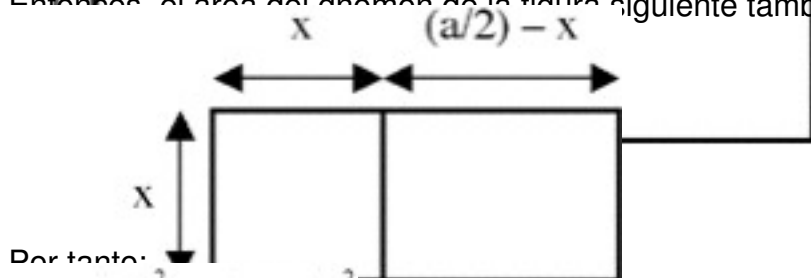
El segmento $x - (a/2)$ es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son $a/2$ y x . Este es un triángulo rectángulo de catetos $a/2$ y x . La ecuación propuesta consta de las fases $a/2$ y x . El segmento obtenido es x (véase la figura



Se puede representar la ecuación de la siguiente manera:

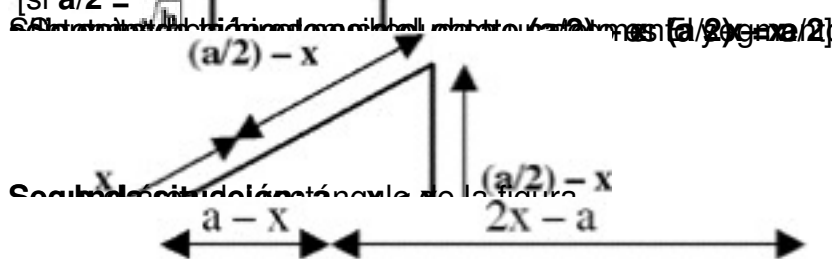


Entonces, el área del gnomon de la figura siguiente también es b .

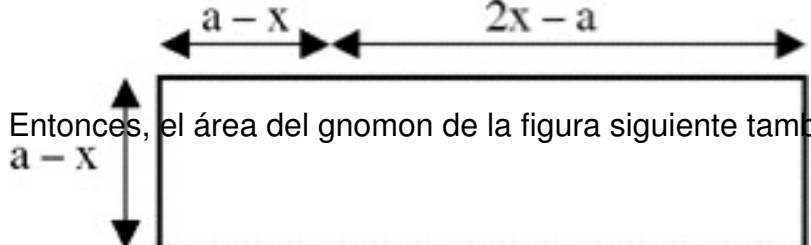


Por tanto:

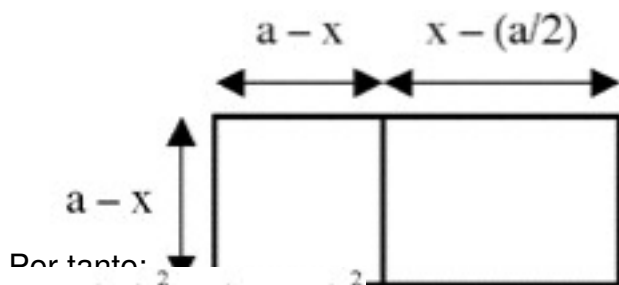
El segmento $(a/2) - x$ es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son $a/2$ y x . Este es un triángulo rectángulo de catetos $a/2$ y x . La ecuación propuesta consta de las fases $a/2$ y x . El segmento obtenido es x (véase el esquema



Se puede representar la ecuación de la siguiente manera:



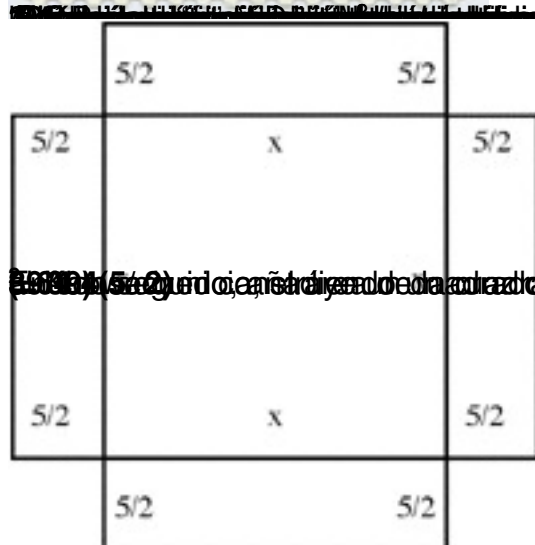
Entonces, el área del gnomon de la figura siguiente también es b .



Por tanto:

El segmento $a/2$ es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son x y $a/2 - x$. Este triángulo rectángulo geométrico se puede construir si $a/2 > x$. Esto sólo es posible si $a/2 > \sqrt{b}$. Si $a/2 = \sqrt{b}$, el triángulo rectángulo degenera en un segmento de longitud $a/2$. El segmento obtenido es x (véase el

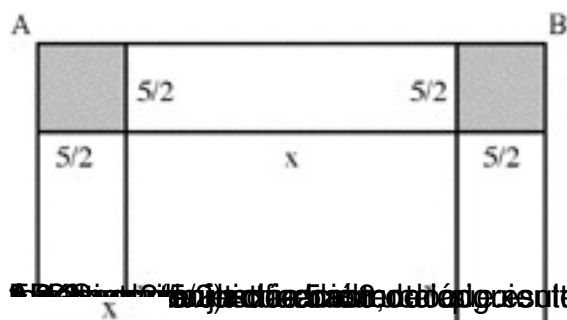
2. Al Khwarizmi, la solución de segundo grado



El triángulo rectángulo obtenido al dividir el cuadrado en cuatro triángulos rectángulos de catetos $5/2$ y $5/2$ es semejante al triángulo rectángulo de catetos $5/2$ y $5/2$. Por lo tanto, el triángulo rectángulo obtenido al dividir el cuadrado en cuatro triángulos rectángulos de catetos $5/2$ y $5/2$ es semejante al triángulo rectángulo de catetos $5/2$ y $5/2$.

Álgebra geométrica: notas históricas

Escrito por Vicente Meavilla Seguí (Universidad de Zaragoza)



El lado del cuadrado ABCD es igual a 8.



El rectángulo ABCD es un cuadrado de lado 5 (véase la figura adjunta),

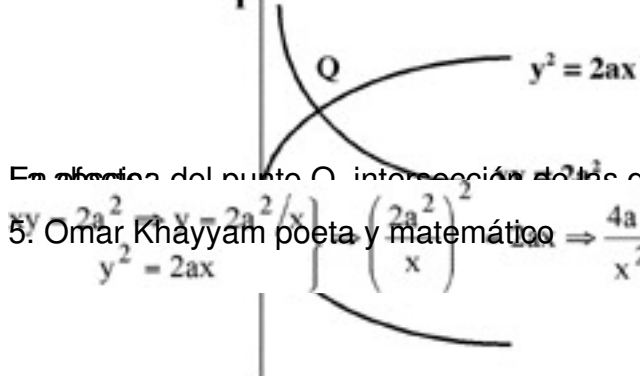


Problema de la duplicación del cubo



En el punto P, intersección de las dos gráficas, satisface la relación $x^3 = 2a^3$.

Segunda método: $y^2 = 2ax$ y la hipérbola $xy = 2a^2 \Rightarrow x^3 = 2a^3$



En el punto Q, intersección de las dos gráficas, satisface la relación $x^3 = 2a^3$.

5. Omar Khayyam poeta y matemático

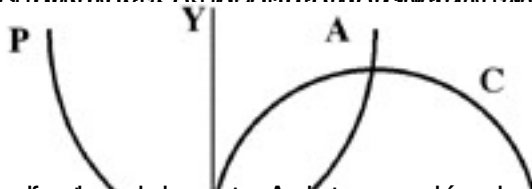


El álgebra geométrica de Omar Khayyam (1048-1131) es una obra que trata de la resolución de ecuaciones de tercer grado mediante métodos geométricos.

$$x^2 = y\sqrt{a}$$

(B) Dibújese una parábola P de ecuación $x^2 = y$

Constrúyase un arco de circunferencia de radio $\sqrt{a}$ y centro en el punto Y, tal que sea tangente a la parábola en el punto A.



En el punto A, intersección de las dos curvas, satisface la ecuación propuesta.

$$x^2 = y\sqrt{a} \Rightarrow x^4 = ay^2 \quad \left. \begin{array}{l} \Rightarrow x^4 = ax(h - x) \Rightarrow \\ \Rightarrow x^3 + ah = ax \Rightarrow x^3 + ax = b \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow x^3 + ah = ax \Rightarrow x^3 + ax = b$$



El álgebra geométrica de Descartes (1596-1650) es una obra que trata de la resolución de ecuaciones de tercer grado mediante métodos geométricos.

A diagram showing a circular sector with center O and radius ON . The sector is shaded with a dotted pattern.

303

19. **Qual das seguintes afirmações sobre a prestação de serviços de saúde é verdadeira?**

A diagram of a semi-circle with center O. A radius ON is drawn, labeled 'r'. A vertical line segment is drawn from N to the arc of the semi-circle.

Que si iay $yy \propto -- a y + bb$, & qu'y soit la quantité qu'il faut trouuer, ie fais le mesme triangle rectangle N L M, & de sa baze M N i'oste N P esgale a N L, & le reste P M est y la racine cherchée. De façon que iay

El libro de Hilbert, *Die Grundlagen der Geometrie*, también se apoya en la proposición 36 de los *Elementos*.

El Teorema de Descartes de la ecuación $z^2 - \frac{a}{2}z - \frac{b^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b^2}$



