



### 1. Vida y obra del matemático chino Liu Hui

Este texto está totalmente inspirado en la biografía de Liu Hui contenida en [Pla09b]. [1](#)

1.1. Notas biográficas de Liu Hui. Antes de hacer la presentación concreta de sus aportaciones metodológicas, didácticas y técnicas, dedicaremos unas palabras a este matemático chino, mucho menos conocido que Euclides y del cual apenas se sabe nada. Ello, sin embargo, no debe extrañarnos, porque de Euclides y de Diofanto, por ejemplo, sabemos también poquísimos.

Liu Hui [劉徽] vivió en el Reino de Wei, es decir en la parte central del norte de la China, en la provincia actual de Shanshi, en el siglo iii de nuestra era. Es por lo tanto contemporáneo de Diofanto de Alejandría.

Tras el colapso de la dinastía Han, se crearon los “Tres Reinos”. Además del Reino de Wei, los generales Han crearon un reino al sur del Yangzi y otro en el oeste de la China, en la provincia actual de Szechwan.

Liu Hui vivió en el período de los Tres Reinos de China. Vivió, pues, en un período de constante confrontación e intrigas políticas. Sin embargo, actualmente, este período se considera uno de los más románticos de la historia de China.

Se desconoce completamente como influyeron todas estas circunstancias en la vida de Liu Hui. Lo que sí sabemos es que, en el año 260, escribió un texto breve, *Haidao suanjing* [*Manual Matemático de la Isla del Mar*] y probablemente, en el 263, un comentario extraordinariamente notable del *Jiuzhang suanshu* [que hoy conocemos como *Nueve Capítulos de la Arte Matemática china*]

].

---

De hecho, lo único que sabemos realmente es que lo escribió “en el cuarto año del reino Jingyuan del príncipe Chenliu de los Wei” [2](#). El hecho de conocer el autor de estos dos tratados es importante porque, con anterioridad al siglo tercero de nuestra era, la mayoría de los textos de matemática china que se han conservado son anónimos.

Atendiendo a los estudios cada vez más detallados y especializados de la matemática oriental, realizados durante la segunda mitad del siglo XX, conviene matizar las palabras de Dirk J. Struik:

No hubo nadie en la matemática oriental de la antigüedad que intentara hallar lo que actualmente conocemos como una demostración. No se da nunca una argumentación, sólo se prescriben ciertas reglas. Esto es todo [3](#).

Y, más aún, debemos afirmar con rotundidad que esta percepción es errónea. En China, por ejemplo, debemos considerar a Liu Hui como la figura de un matemático que procuró ofrecer presentaciones razonadas de las reglas del *Jiuzhang suanshu* [4](#).

Algunas de sus contribuciones o comentarios a los capítulos del *Jiuzhang suanshu* las detallaremos más adelante

[5](#)

. Además, en la

*Introducción*

, nos ofrece una nota histórica importante:

En el pasado, el tirano Qin [~221–207] [6](#) mandó quemar los libros. Ello comportó la destrucción del conocimiento clásico [chino]. Después [entre 260 aC–150 aC], Zhang Cang [?–152 aC], marqués de Bei Ping y el ministro de agricultura y finanzas, Geng Shouchang [siglo I aC] fueron famosos por su gran talento para efectuar cálculos. Y, puesto que los textos antiguos habían sido destruidos, Zhang Cang y su equipo, trabajando con los restos incompletos de los textos, los reconstruyeron completando las partes que se habían perdido. La consecuencia fue que los

textos que obtuvieron, comparándolos con los de los antiguos y atendiendo a los títulos, tenían diferencias notables con aquellos que pretendían reconstruir y estaban escritos en una terminología mucho más moderna [7](#).

Ahora, dedicaremos las dos secciones siguientes al análisis breve, pero suficiente, del *Haidao suanjing*, original de Liu Hui, y al *Jiuzhang suanshu*.

1.2. Liu Hui y el *Haidao suanjing*. Es una obra breve que consta solamente de nueve problemas. Lo escribió originalmente como parte de sus comentarios al *Jiuzhang suanshu*, pero, con posterioridad, fue desgajado del resto y presentado como un texto independiente [8](#).

Se trata, de hecho, de un texto sobre el *teorema Gougu* [teorema de Pitágoras]. Pero, a diferencia del uso que, de él, se hace en el capítulo noveno del *Jiuzhang suanshu*, aquí su utiliza para medir alturas y distancias de objetos que no pueden ser medidos directamente.

De hecho son problemas que hoy consideraríamos como *problemas de trigonometría*, en los cuales hay que determinar el lado de un triángulo rectángulo recurriendo a la relación entre otras medidas preestablecidas, o quizás más simplemente a la semejanza de triángulos o *teorema de Tales*.

Se pretende determinar la altura y la distancia de una isla en el mar, de una torre, o de un árbol situados en la cima de un cerro, o la distancia a la que nos hallamos de una ciudad cuadrada, la profundidad de una garganta de la naturaleza, la anchura de un río, la profundidad de un valle con un lago en la parte inferior, la anchura de una fortaleza en la cima de un montículo, y las medidas de una ciudad que observamos desde lo alto de un cerro.

Para ver lo que, en realidad, se hace en el texto nada mejor que analizar alguno de sus problemas. Sólo analizaremos el primero, que trata de la altura y distancia de una isla en el mar —y que da nombre al libro [9](#).

**Problema 1.** *Se trata de una isla en el mar. Clavamos en el suelo dos palos de la misma altura, 3 zhang, que se hallan separados entre si 100 bu. Se hallan alineados con la cima más alta de la isla. Si nos retiramos*

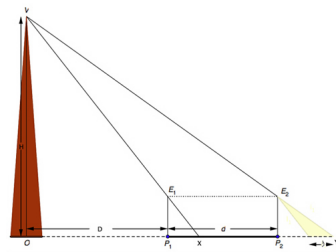
123

*bu del palo más próximo a la isla, vemos que el extremo superior de dicho palo y la cima más alta de la isla están en línea recta. Si nos retiramos*

127

*bu del palo más alejado de la isla, vemos que el extremo superior de dicho palo y la cima más alta de la isla están en línea recta. Díme: ¿Cuál es la altura de la isla y la distancia que la separa del palo más próximo?*

**Respuesta.** La altura de la isla es de 4 li 55 bu, y se halla a 102 li 150 bu del palo más próximo.



### La isla del mar

**Método de resolución.** Multiplica la distancia que separa los palos [en la figura  $d := P_1P_2 = 1000$  bu] por la altura de los palos [que es de 3 zhang]. Divide este producto por la diferencia que hay entre los palos y el respectivo punto de intersección [en la figura  $\delta := P$

2

$Y - P$

1

$X = 127 - 123$  bu]. Suma a este cociente la altura del palo y tendrás la altura de la isla. Para hallar la distancia de la isla al palo más próximo, multiplica la distancia entre los dos palos [en la figura  $d := P$

1

$P$

2  
] por la distancia que te has desplazado del primer palo [en la figura e

1  
:= P

1  
X], y divídelo por [ $\delta$ ], la diferencia de las distancias movidas

[10](#)

---

1.3. Una síntesis breve del *Jiuzhang suanshu*. Todo el saber de la matemática china precedente a la época de Liu Hui se recoge en el *Jiuzhang suanshu*, y él, como veíamos en la sección anterior, añade un décimo capítulo que data del año 260 dC

[11](#)

Nadie duda de este hecho, que podemos sintetizar con las primeras palabras de la *Introducción* de la traducción inglesa:

El *Nueve Capítulos de la Arte Matemática* juega, en la matemática oriental, un papel análogo al que, en la occidental, ha jugado el *Elementos* de Euclides. Sin embargo, el *Nueve Capítulos*

se preocupa siempre muchísimo más de la determinación de algoritmos que resuelvan los problemas. Por ello, su influencia ha sido pedagógica y de aplicación práctica. En vez de los teoremas que los lectores occidentales están acostumbrados a encontrar en las obras escritas en la tradición euclídea, el *Nueve Capítulos*

proporciona reglas algorítmicas

[12](#)

[...] Es imposible entender el desarrollo de la matemática china, desde sus inicios hasta nuestros días, sin efectuar un estudio substancial de los contenidos del

*Jiuzhang suanshu*

[13](#)

Las palabras que acabamos de citar son un reflejo de un convencimiento que han defendido los estudiosos de la matemática china, como refleja la opinión de Ougura Kinnosuke:

El *Nueve Capítulos de la Arte Matemática* es la obra fundamental de las matemáticas chinas. Contiene métodos matemáticos excelentes. Si se compara con las matemáticas griegas, es inferior en todo lo que se refiere a la geometría y la teoría de números; en cambio, por lo que a la aritmética y el álgebra (anterior a Diofanto —de aproximadamente el 275 de nuestra era) se refiere, estoy convencido de que las sobrepasan [14](#).

Y para ejemplificarlo, Kinnosuke se refiere a la resolución de los sistemas de ecuaciones lineales.

Es interesante, además, fijarse en la distinción que establece, en el texto citado, entre la aritmética y la teoría de números. En cierto modo, corresponde a la distinción griega entre *logística*

y  
a

*ritmética*

. Aquella estudiaría el uso concreto de los números naturales —su representación y algoritmos de cálculo—; ésta, más teorizante, se preocuparía de establecer las propiedades de los números enteros positivos.

A tenor de las palabras que acabamos de leer parece razonable hacer una presentación, aunque sea somera, del *Jiuzhang suanshu* puesto que constituye el tronco de la matemática china. Sin embargo, conviene indicar, como ya apuntábamos en el preámbulo, que el objetivo de este pequeño texto de matemática china no consiste en un estudio detallado y pormenorizado de este insigne texto sino que pretende ser —y así se presenta— un análisis más amplio de la matemática china, exponiendo las cuestiones y resultados más notables obtenidos por los matemáticos chinos antes de la llegada de Ricci

[15](#)

De entre todos los textos que componen los *Shibu suanjing* de los Tang, el *Jiuzhang suanshu* es el mejor de todos. En él hallamos los rasgos específicos de las matemáticas chinas. Constituye, como indica el texto citado, el arquetipo —el texto paradigmático— de las obras matemáticas chinas. Es, pues, el momento de examinarlo de más de cerca.

El *Jiuzhang suanshu* contiene 246 problemas que se distribuyen de acuerdo con la taxonomía siguiente. Problemas relativos a:

- Campos rectangulares, 38.
- Mijo y arroz sin cáscara, 46.
- Repartos proporcionales según el rango, 20.
- Disminución de la longitud, 24.
- Discusiones de los trabajos públicos, 28.
- Taxación equitativa, 28.
- Excesos y déficits, 20.
- Comparación de disposiciones, 18.
- Base-altura, 24.

El texto de Ogura Kinnoosuke, que hemos citado, analiza el *Jiuzhang suanshu* como un documento sobre la sociedad y clasifica su contenido de acuerdo con las siguientes rúbricas: terrenos y trabajos agrícolas, trabajos públicos, intercambios de grano y de alimentos, artesanía, precio de las mercancías, intereses, transporte e impuestos, tarifas aduaneras, anécdotas relativas a los burócratas, etc.

Esta taxonomía recuerda —oh, eco lejano!— las palabras del *papiro Rhind* [~1800 aC]:

Estudio completo y profundo de todas las cosas, penetración de todo lo que existe, penetración de todos los secretos... [16](#)

Sin embargo, este estudio completo y profundo, como ya hemos indicado, se expone en base a problemas que podríamos considerar “problemas concreto”, del quehacer cotidiano, aún cuando esto sería un error.

Los problemas se hallan estructurados como el del texto de Liu Hui, *Haidao suanjing* que hemos indicado con anterioridad: enunciado, solución, cálculo, sin ninguna explicación razonada de dicho cálculo.

Es natural que los matemáticos se hicieran las siguientes preguntas: El por qué del algoritmo? Su validez es general o, en cambio, es sólo es aceptable en dicho caso particular? Cabe un método general, justificable desde algún tipo de raciocinio?

Tales son, de hecho, las preguntas que se plantearon los matemáticos chinos, en general, y también Liu Hui. Lo que hace de este insigne erudito es la cantidad de algoritmos, razones, generalizaciones, explicaciones que da a cada uno de los problemas, como podemos constatar en las ediciones ingles y francesa del *Nueve Capítulos*, citados a lo largo del texto y en la bibliografía.

1.4. Citas del propio Liu Hui. Para terminar esta presentación de Liu Hui y de su obra, recordemos que los entendidos afirman que fue un gran matemático que, además, tenía un conocimiento muy profundo y rico de la lengua y del lenguaje chinos.

Así pues, a pesar de la falta total de información acerca de la vida de Liu Hui, como ya hemos indicado en la §1.1, su obra nos dice algo de él porque él mismo, en sus reflexiones, abre la puerta para que le conozcamos mejor.

En la introducción de sus comentarios al *Jiuzhang suanshu*, dice:

[... ] Además las matemáticas forman parte de las seis artes. Nuestros antepasados las usaban para seleccionar las personas que tenían talento, para instruir a los hijos de los altos dignatarios [del reino]. A pesar de que se denominen “las nueve partes de la matemática”, proporcionan la capacidad de alcanzar lo sutil y de penetrar lo ínfimo, explorando sus límites. Por lo que a la transmisión de sus métodos se refiere, se pueden establecer conocimientos comunes, con el uso de la regla, el compás, los números y las medidas. No hay nada que sea extremadamente difícil.

En la actualidad, sin embargo, los que aprecian estas cuestiones son pocos y ello se debe a que, aunque las personas con un grado amplio y profundo de cultura son muchas, no está claro que sean capaces de alcanzar los distintos puntos de vista y de penetrarlos [17](#).



Una doble reflexión —que no puede dejarnos indiferentes y que además nos es familiar. Si bien son fáciles, se pueden asimilar porque gozan de metodologías comunes fácilmente asimilables. Sin embargo, de hecho, no consiguen despertar el interés de las personas con cultura, quizás porque no tiene capacidad para “penetrarlas”.

Y, por encima de todo, es un matemático que, si bien en el pasaje anterior, nos puede haber parecido algo engreído por el hecho de atribuirse unas capacidades —indudablemente las tenía— que no todas las personas cultas alcanzan, también es capaz de mostrarnos su humildad cuando un problema se escapa a su comprensión:

[... ] Desearía, con mis pingües conocimientos, aplicarme a resolver este problema, pero me parece de carezco del principio exacto para ello. No osaría, en absoluto, tratarlo a la ligera. Esperaré a que alguien logre hablar de él con conocimiento y verdad <sup>18</sup>.

Con esta presentación quedan claros, creo, tanto el contenido del *Jiuzhang suanshu*, la originalidad y enjundia del texto de Liu, *Haidao suanjing* y su propia valía como matemático.

Notas:

<sup>1</sup> El lector interesado en este matemático puede consultar [http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Liu\\_Hui.html](http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Liu_Hui.html), o bien,

[PY08], y la bibliografía que, en ellos, se propone.

<sup>2</sup> Véase [Kan99, pág. 3], o [Che44, pág. 57].

<sup>3</sup> Véase [Str67, pág. 30].

<sup>4</sup> Véanse los comentarios de Liu Hui al *Jiuzhang suanshu* en [Kan99], o en [Che44].

<sup>5</sup> Véase [Pla09a] o, más extenso, [Pla09b].

<sup>6</sup> En referencia al primer emperador de la dinastía Qin.

<sup>7</sup> Véase [Kan99, pág. 53], o [Che44, pág. 127].

<sup>8</sup> Actualmente disponemos de excelentes traducciones al inglés, con comentarios y notas, cuales son [Swe92], y [Kan99, págs. 518–559].

<sup>9</sup> El lector interesado en profundizar más en este texto puede consultar [Pla09b, págs. 84–91], y para la totalidad del texto, puede ver [Swe92].

<sup>10</sup> Véase [Swe92, pág. 20], o [Kan99, págs. 539; 541–543]. Para las expresiones relativas a las

medidas que usa el texto, véase [Pla09b, pág. 69].

<sup>11</sup> Comentaristas posteriores a Liu Hui mantendrán este nuevo capítulo en sus comentarios.

<sup>12</sup> Se hallan enumeradas en [Kan99, pág. 595]. En total, entre aritméticos, algebraicos y geométricos, se contabilizan 83.

<sup>13</sup> Véase [Kan99, pág. vii].

<sup>14</sup> Véase [Kin35, vol. 1, págs. 189–207].

<sup>15</sup> Véase, para ello, [Kan99], [Che44], o [Pla09b, págs. 21–25].

<sup>16</sup> Véase [Pla07], o [Cla99, pág. 122].

<sup>17</sup> Véase [Kan99, pág. 53], o [Che44, pág. 127].

<sup>18</sup> Véase [Kan99, pág. 229], o [Che44, pág. 381]. Esta reflexión tiene lugar cuando intenta justificar la expresión del volumen de la esfera, de la que hablaremos. Véase [Pla09b, págs. 151–156]

---

#### Referencias:

- [Che44] Karine Chemla, *Les Neuf Chapitres. La Classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires*, Dunod, París, 2044, los autores son: Karine Chemla y Guo Shuchun.
- [Cla99] Marshall Clagett, *Ancient Egyptian Science. A Source Book. Volume Three. Ancient Egyptian Mathematics*, American Philosophical Society, Filadelfia, 1999.
- [Gil90] Charles Coulston Gillispie, *Complete dictionary of scientific biography*, Charles Scribner's Sons, Nova York, 1970-1990.
- [Kan99] Shen Kangshen, *The Nine Chapters on the mathematical Art: Companion and Commentary*, Oxford University Press, Science Press, Beijing, 1999, los autores son: Shen Kangsheng, John N. Crossley, Anthony W.-C. Lun.
- [Kin35] Ogura Kinnosuke, *El aspecto social de las matemáticas chinas; la sociedad de los qin y de los han vista a través de los Nueve Capítulos de la arte matemática (en japonés)*, Iwanami shoten, Tókyo, 1935, en *Sûgakushi kenkyû (Investigaciones acerca de la historia de las matemáticas)*.
- [Pla07] Josep Pla, *Les matemàtiques egípcies*, Barcelona, 2007, Curso de matemáticas egipcias. Museu Egipci de Barcelona. Fundació Clos. Barcelona, febrero-abril 2007. Pendiente de publicación.
- [Pla09a] Josep Pla, “Matemáticas: Unidad de pensamiento. Diversidad cultural”, *La Gaceta de la Real Academia Matemática española* **12 (1)**

(2009), págs. 169–189.

- [Pla09b] Josep Pla, *Liu Hui. Nueve Capítulos de la matemática china*, Nivola, Madrid, 2009.
- [PY08] Hang Peng-Yoke, *Liu Hui*, [Gil90], vol. 8, Charles Scribner's Sons, 2008, pp. pàgines 418–425.
- [Str67] Dirk J. Struik, *A Concise History of Mathematics*, Dover Publications, Inc., Nueva York, 1967, reeditado por Dover Publications, Inc. Nueva York, 1967.
  
- [Swe92] Frank Swetz, *The Sea Island Mathematical Manual; Surveying and Mathematics in Ancient China*, Pensilvania State University Press, Pensilvania, USA, 1992.