

6. (Marzo 2011) Mi móvil matemático

Escrito por Omar Gil Álvarez
Martes 01 de Marzo de 2011 15:45

*Para Guillermo Reyes, amigo y colega cubano.
Vecino de Madrid por voluntad ajena.
En el día de su cumpleaños.*

Me maravillo mirando mi móvil. Me refiero a mi teléfono celular, pero prefiero llamarlo así. Porque estoy escribiendo en Madrid y aquí, a diferencia de lo que hacemos allá, en Montevideo, todo el mundo llama “móvil” a su celular. Este giro refuerza además la aliteración, razón suficiente para mantenerlo.

Es una adquisición reciente, ¡toda una novedad aún! Lo tengo entre la computadora y una taza de café. Es hora de desayunar y estoy solo en Madrid, así que me dejo invitar por el lector para acompañarlo y contarle lo fantástico que es. Pero, por favor, si lo aburro cambie de nota. O de periódico. Si lo desea, hasta de actividad. Con confianza. Si luego quiere volver, aquí estaré. Ni siquiera se habrá enfriado el café. Tampoco hay que apretar botones de “pause” o “play” para parar y continuar. ¡Es la magia de Relaciones! Sorprendente, ¿no?

Mi móvil es GSM, emplea tecnología digital. La información que recibe y envía se codifica como listas de ceros y unos. Para poder manejar este alud de bits hay que poner orden, generando alguna estructura. Igual que uno no tiene los libros tirados en un cajón desordenado, porque así no se encuentra nada. Las bibliotecas, que tienen muchísimos volúmenes, son muy rigurosas con el orden, porque sin él los perderíamos. También mi móvil lo es, y para funcionar emplea delicadas estructuras matemáticas.

Por ejemplo, dos listas de ceros y unos de igual longitud se pueden sumar para producir una lista nueva. Simplemente sumando lugar por lugar, como con una lista de precios y la lista con los correspondientes importes del IVA, para producir los precios finales. Pero modificando el álgebra usual con la convención de que uno más uno es cero. Entonces el resultado es del mismo tipo, sólo contiene ceros y unos, bits. Este procedimiento genera una aritmética en la que sólo aparecen los símbolos 0 y 1. Aunque luce extraña, tienen las mismas propiedades que la aritmética usual [\(1\)](#). Se puede sumar, restar, multiplicar y dividir, y todo funciona bien. Además, es más fácil hacer las cuentas así. Pero no sirven para el almacén, ¡donde no aceptarían cobrarnos cero por llevar un kilo de azúcar más otro kilo igual!

También hay reglas para multiplicar entre sí no solo símbolos individuales, sino listas de ceros

6. (Marzo 2011) Mi móvil matemático

Escrito por Omar Gil Álvarez

Martes 01 de Marzo de 2011 15:45

y unos, bytes. Las ideas fueron introducidas por el francés Evaristo Galois a comienzos del siglo XIX. Sus trabajos permitieron resolver problemas antiguos, como mostrar la imposibilidad de la cuadratura del círculo. Otros de sus aportes están en el corazón de la tecnología que protege a nuestras comunicaciones contra los fallos en las transmisiones: un disco compacto se puede rayar, un móvil sufrir interferencias. Aún así funcionan. En un giro insospechable hace cien años, el álgebra [\(2\)](#) que introdujo Galois antes de morir a la edad de veintiún años está allí, metida en mi móvil.

Hay bellas y simples estructuras geométricas en este aparente pandemio de dígitos. Pero no hablaré especialmente de ellas, porque todo el análisis de señales descansa sobre ideas de este tipo. Por ejemplo, la transmisión de la voz.

Todos sabemos que la luz del sol puede descomponerse en colores. Esto es folclore. Pero técnicamente difícil. El sonido de una cuerda de guitarra puede descomponerse en vibraciones simples para analizarse. No es tan complicado como lo anterior. Es también un poco menos conocido [\(3\)](#).

Para codificar la voz, un móvil toma muestras de sonido a intervalos regulares de tiempo, lo que da lugar a largas listas de números. ¡Que también admiten un análisis de frecuencias! ¡Algo técnicamente sencillo! Tan sencillo, que podría explicarse a un alumno interesado en los últimos años del liceo [\(4\)](#).

Este análisis es muy bello y geométrico, y el álgebra no es muy compleja. Pero no basta. Hay que hacer todo en tiempo real, lo que requiere calcular rápido y bien. Para esto se usa un algoritmo [\(5\)](#) de los '60 que es capaz de acelerar cientos de veces las operaciones. Así, al hablar el aparato calcula una especie de arcoiris con las frecuencias de la voz, las codifica rápido y transmite. El receptor deshace esto, también velozmente. La gracia está en que la señal ocupa menos memoria escrita en el espacio de frecuencias que en el de los sonidos. Entonces cuesta menos transmitirla.

Toda la geometría transcurre en espacios de muchas más dimensiones que tres. Ideas que pueden usarse, por ejemplo, para transmitir a la vez decenas de comunicaciones. En una sola señal puede almacenarse la información de, digamos, cien usuarios. A cada uno le corresponde una dirección de un espacio de cien dimensiones, en el que hay lugar para todos. Así la señal viaja sin producir interferencias entre las distintas conversaciones. Luego se proyecta ese prodigioso paquete de información sobre las direcciones de los usuarios, para

6. (Marzo 2011) Mi móvil matemático

Escrito por Omar Gil Álvarez

Martes 01 de Marzo de 2011 15:45

separar del resto lo que cada uno de los cien está diciendo. Tampoco es muy complicado esto. Pero requiere no quedarse atrapado en nuestro espacio físico habitual, y dejar que la geometría nos lleve un poco más allá [\(6\)](#).

Hasta aquí todo tiene que ver con el funcionamiento del aparato, con su interior. Por fuera es sobrio y elegante, sugiere un fino control de los procesos de fabricación. Tal vez brazos de robot, con programas llenos de geometría para gobernarlo. Pero me interesa más hablar del control: si cualquier pequeña perturbación vuelve loco el brazo mecánico, entonces se vuelve inútil. Para que las cosas funcionen bien tiene que haber alguna forma de estabilidad. Si no, todo se viene abajo.

Es similar a lo que ocurre al intentar mantener una escoba en posición vertical, apoyada sobre el mango. Jamás las encontramos así, aunque idealmente puedan equilibrarse. En cambio allí queda, quietita, cuando se cuelga hacia abajo. El primer equilibrio es inestable, el segundo estable. Los procesos industriales dan lugar a muchas situaciones de inestabilidad, que se corrigen agregando un ciclo de control [\(7\)](#). Como el malabarista que vigila su escoba y corrige hábilmente cualquier pequeño desequilibrio.

La idea de estabilidad es fundamental en muchos campos. Si observamos algo es porque es suficientemente estable para permanecer, o para aparecer con frecuencia. Incluso permite entender la aparición de sexos diferenciados [\(8\)](#): una población de individuos idénticos que se reproduce intercambiando gametos es inestable. En cuanto una fluctuación del azar haga que algunos contribuyan con un poco más de alimento al huevo inicial, otros se especializarán en contribuir menos y buscar estos huevos tan convenientes. Las diferencias se amplificarán, tal como se va apartando la escoba del equilibrio vertical, hasta que la especie cae en otra configuración estable, ya con sexos bien diferenciados.

Y ahora caigo yo en que es tiempo de llamar a mi esposa. También de que agoté el espacio que planeaba usar para esta nota. Sin poder hablar de los modelos estadísticos necesarios para diseñar redes de comunicaciones y para el control de calidad, ni de cómo se muestrean y codifican las fotos que saca mi móvil, ni de la geometría de su óptica. Casi nada dije de los algoritmos, nada de cómo sintonizar una señal de radio. Tampoco de la tecnología de la pantalla, ni de la de sus materiales. Seguro que mi móvil daría para unos cuantos artículos más. Incluyendo algunos que ni siquiera intuyo.

Pero debo confesar que tampoco es la más brillante de las novedades de mi vida. También

6. (Marzo 2011) Mi móvil matemático

Escrito por Omar Gil Álvarez

Martes 01 de Marzo de 2011 15:45

estoy aprendiendo a bailar salsa cubana. Si mi móvil es fantástico, ¡esto lo supera con creces! Porque hago amigos, con los que jugamos y reímos juntos, que me cuentan luego cosas tan hermosas de su mundo como las que yo veo en un móvil. Porque la salsa estimula mis sentidos y me ayuda establecer con la gente una conexión mucho más vital, que sale del corazón.

Al fin y al cabo, un móvil sólo provee conexiones telefónicas.

Notas:

(1) Técnicamente, el 0 y el 1, junto con estas reglas, forman lo que se llama un *cuerpo*. Como los *números racionales* o los *reales*.

(2) Se trata de los *cuerpos de Galois*. Conjuntos finitos de símbolos con una aritmética que tiene buenas propiedades. Las ideas básicas no son complicadas. Hay que saber algo acerca de los *polinomios* para entenderlas.

(3) En este párrafo se describen sucintamente algunos resultados del *Análisis Armónico*, o *Análisis de Fourier*.

(4) Es esencialmente un *giro*, como un *giro en el plano* o en el espacio. Pero en un espacio de dimensión más alta. Requiere poder pensar la geometría desde marcos conceptuales diferentes al de Euclides.

6. (Marzo 2011) Mi móvil matemático

Escrito por Omar Gil Álvarez

Martes 01 de Marzo de 2011 15:45

(5) Se trata de la *Transformada Rápida de Fourier*, o de alguna de sus versiones para senos y cosenos.

(6) Para poder recorrer este camino hace falta algo de *cálculo matricial* y *álgebra lineal*.

(7) Esto es en algún sentido viejo, porque nació con los reguladores de bolas de las antiguas máquinas de vapor. El control industrial actual es esencialmente electrónico, emplea elaborados algoritmos y el conocimiento de las *ecuaciones* que gobiernan los procesos a controlar.

(8) La referencia aquí está dirigida al área de *teoría de juegos*. El concepto al que se alude es el de *equilibrio evolutivamente estable* o *inestable*

. Noción básica de la moderna teoría evolutiva, con aplicaciones en biología, economía y física.