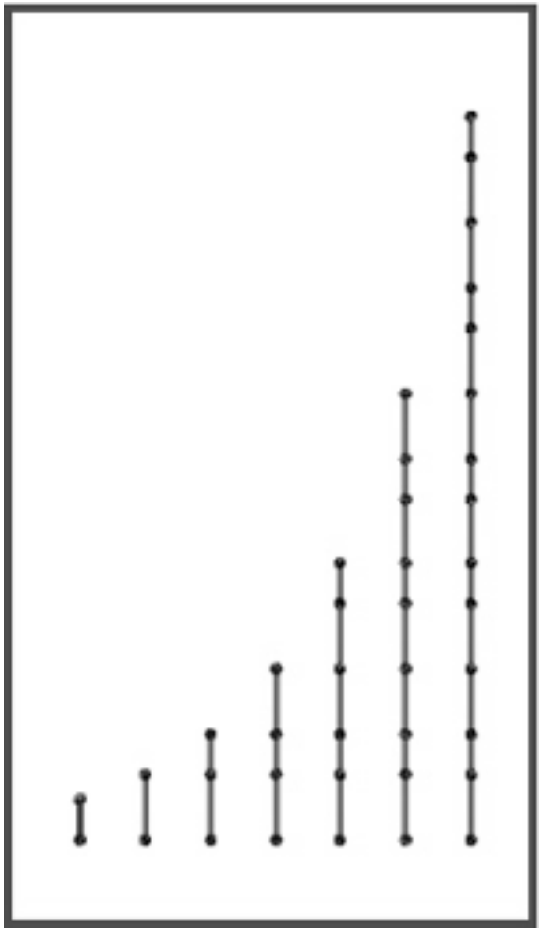

Conceptos de Matemáticas

Objetivo:
Los alumnos estudiarán las relaciones entre las propiedades aditivas de los **números de Fibonacci** y las propiedades aditivas de la **Sección Áurea**, y estudiarán las relaciones entre ambos.

Requisitos previos

Haber trabajado con series de Fibonacci (“Simetría múltiple”, “Diviértete con Fibonacci” y la página 10 del Manual del Sistema Zome). Conocimientos básicos de las propiedades de la Sección Áurea (“Encontrando a Phi”, página 20 del Sistema Zome).

Tiempo necesario
Una o dos clases de 45-60 minutos.

Materiales
Dos Kits Creador del Sistema Zome.
Papel cuadriculado.
Calculadora (una para cada 5 alumnos).

Procedimiento
Divide la clase en grupos de 5 alumnos y reparte a cada grupo varios nodos del Sistema Zome y varillas de un color en los tres tamaños del Sistema Zome. Revisa los conceptos de progresión geométrica de la clase “Buscando a Phi”. En esta progresión de la sección áurea, dos elementos de la serie se suman para formar el siguiente elemento de la serie. *¿Cómo se puede demostrar con las varillas que tenéis?*
Deja que los grupos trabajen durante un rato con las varillas para que establezcan la progresión. Comparando los tamaños de la varilla más larga con la pequeña y la mediana añadidas juntas se puede mostrar el inicio de la serie (varilla pequeña + varilla mediana = varilla larga). *¿Cuál serie el siguiente elemento de la serie?* En la lección “Encontrando a Phi”, aprendimos que $X + 1 = X^2$ para la sección áurea, y que $t^2 = t + 1$.
Deja que los alumnos continúen la serie utilizando la regla de adición. *¿Cuál es el patrón de esta serie?* El nombre de esta serie es Serie de Fibonacci.
¿Cómo se relacionan estos números con la Sección de Oro? ¿Se parecen en cómo se construyen? ¿En qué se diferencia de la Sección de Oro? ¿Cuál contiene todos los números? ¿Qué tipo de números contiene la Sección de Oro?
Si las dos series se relacionan en que dos valores previos se suman para obtener un tercero, habrá una relación entre los cocientes de dos números consecutivos. Pide a los alumnos que intenten descubrir qué ocurre al valor del cociente entre números consecutivos a medida que crece la serie, utilizando el papel cuadriculado y la calculadora. Da más tiempo a los alumnos para que los grupos estudien las relaciones en los gráficos.
La forma más fácil de estudiar la relación es dibujando un gráfico en la pizarra y marcando el valor de t (1,6180339…) como una línea horizontal sobre el eje x. Pide a los alumnos que dibujen los sucesivos cocientes entre números consecutivos de la serie de Fibonacci y que los dibujen en el mismo gráfico. El primer cociente es 1/1=1, el segundo 2/1=2, el tercero 3/2=1,5, el cuarto 5/3=1,666…, 8/5=1,6; 13/8=1,625, etc. Los alumnos verán que los valores van alternándose por encima y por debajo de la Sección de Oro. Estos cocientes convergen rápidamente al valor exacto de t, y la relación entre los números se ve claramente.

Los grupos deben comentar las implicaciones matemáticas y filosóficas de lo estudiado, y anotar sus conclusiones en los cuadernos.

Evaluación

Revisa los gráficos de los grupos así como las notas individuales en los cuadernos de los alumnos. Para superar los objetivos mínimos los alumnos deben saber mostrar con las varillas del Sistema Zome las propiedades aditivas de la proporción áurea y de la serie de Fibonacci. También deben saber que la Serie de Fibonacci y la Proporción áurea se diferencian en que la primera consta de todos los números, mientras que la segunda está formada por números irracionales. Para superar ampliamente los contenidos mínimos los gráficos deben mostrar cómo los cocientes entre números consecutivos de la serie de Fibonacci convergen a la Sección Áurea.

Estándares del NCTM

Desarrollo del número y sus relaciones (NCTM 5).
Sentido numérico y numeración (Estándar NCTM 6)
Estudio de series y funciones (Estándar NCTM 8)

Posibilidades de ampliación

Más trabajo con el número áureo (paginas 21-23 del Manual del Sistema Zome, y “Semejanza y la Sección áurea”).