

4. (Octubre 2009) Geometría en rosetones góticos

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Jueves 15 de Octubre de 2009 10:12

Matemáticas en contextos, actividades motivadoras, aprovechamiento didáctico de las TIC, interdisciplinariedad

. Éstas son algunas de las expresiones más utilizadas cuando se habla de mejoras metodológicas en la enseñanza de las Matemáticas.

Las conexiones entre la Geometría y el Arte son un ámbito que puede resultar muy adecuado para intentar poner en práctica todas ellas.

En el presente artículo se intenta ejemplificar la utilidad de los programas de Geometría Dinámica (GD), particularmente de *GeoGebra*, para trabajar la geometría existente en los rosetones presentes en tantos monumentos, especialmente en los claustros y catedrales góticos.



Muchas de las ideas expuestas son fruto de la lectura del artículo “La motivación de la belleza” de R.E. Ortega, I. Ortega, T. Ortega y C. Crespo (revista *Unión* de Junio de 2005 www.fisem.org/descargas/2/Union_002_005.pdf

)

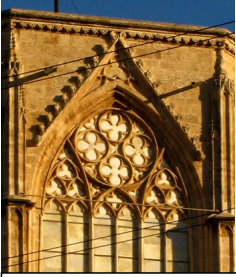
Construir y medir

Una primera propuesta didáctica puede consistir simplemente en la reproducción o construcción con *GeoGebra* de los rosetones de cuatro, de seis o de tres pétalos.

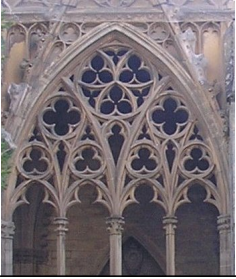
Se trata de los tipos de rosetón no sólo más sencillos sino también más comunes y más fáciles de encontrar en lugares cercanos, como estos dos próximos a los lugares de residencia de dos de los autores de este artículo:

4. (Octubre 2009) Geometría en rosetones góticos

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Jueves 15 de Octubre de 2009 10:12



Detalle del cimborrio de la Catedral de Valencia



Claustro de la Catedral de Pamplona

Naturalmente, se trata de exigir que la construcción sea dinámica, es decir, que cuando se modifique la posición o el tamaño de los elementos iniciales toda la construcción mantenga sus proporciones.

Sólo de ese modo se podrá “resolver” (más bien comprobar la solución decimal) el problema métrico consistente en determinar la razón entre los radios de la circunferencia exterior y las circunferencias tangentes interiores.

En la siguiente figura interactiva se puede comprobar cuál es el valor decimal de esa razón para el rosetón de 4 pétalos, así como el método constructivo “de dentro hacia fuera”, a partir del cuadrado determinado por los centros de las circunferencias interiores.

Pulsa sobre la imagen para interactuar con ella

Todavía más sencillo que el de 4, resulta construir un rosetón de 6 pétalos, si nos apoyamos en una trama isométrica como la que *GeoGebra* facilita.

Se trata de una actividad asequible para los primeros niveles de Secundaria, en la que se pone

4. (Octubre 2009) Geometría en rosetones góticos

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Jueves 15 de Octubre de 2009 10:12

de relieve una de las propiedades geométricas más básicas e intuitivas pero que probablemente no es trabajada en las aulas tanto como se merece. Nos referimos a la igualdad entre el lado y el radio de un hexágono regular.

En esta ocasión, el problema métrico, tras una construcción como la siguiente, se reduce a un “¡Mira!”

Pulsa sobre la imagen para interactuar con ell

En la siguiente construcción, correspondiente a un rosetón de 3 pétalos, se incide en la misma idea de resolver el problema métrico de manera *directa* (casi podríamos llamarla *empírica*), utilizando el ordenador como calculadora gráfica, esto es, midiendo tras la construcción exacta.

De nuevo partimos del polígono regular interior y tomamos los puntos medios de sus lados para construir las circunferencias tangentes.

Pulsa sobre la imagen para interactuar con ella

Dibujar para resolver el problema

Hallar la relación exacta existente entre las medidas de los radios de la circunferencia exterior y las circunferencias tangentes interiores de un rosetón.

Planteado como problema matemático, la construcción de las figuras anteriores puede resultar insuficiente como solución del problema, pero ayuda a buscarla.

En la siguiente construcción podemos comprobar como, para el caso del rosetón de 4 pétalos, la aplicación del Teorema de Pitágoras (o el mero conocimiento de la relación entre la diagonal y el lado del cuadrado) es suficiente para encontrar la solución exacta.

Pulsa sobre la imagen para interactuar con ella

4. (Octubre 2009) Geometría en rosetones góticos

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Jueves 15 de Octubre de 2009 10:12

Es al racionalizar la fracción resultante cuando mayor significado adquiere aquel número decimal obtenido anteriormente (0,414) que no es otro que el redondeo de la raíz de 2 menos 1.

Algo parecido ocurre con la solución exacta para el rosetón de 3 lóbulos, como puede comprobarse en el siguiente applet.

Pulsa sobre la imagen para interactuar con ella

En la resolución anterior interviene la medida de la altura de un triángulo equilátero que también se puede considerar como un conocimiento básico en Geometría.

En cambio, para la resolución del problema general, para cualquier número n de pétalos, es necesario echar mano de las razones trigonométricas.

Pulsa sobre la imagen para interactuar con ella

Construir “con regla y compás”

Una propuesta didáctica con un enfoque diferente a los anteriores consiste en construir un rosetón, dejando de lado la cuestión métrica, a partir de una circunferencia dada (la exterior), mediante las herramientas que los programas de GD facilitan. Aunque éstas sean muchas más que las clásicas de la regla y el compás, el problema puede ser casi equivalente.

En el caso que nos ocupa una posible solución pasa por aprovechar el hecho de que cualquiera de las circunferencias tangentes interiores es la circunferencia inscrita en el triángulo determinado por el centro y dos vértices consecutivos del polígono regular circunscrito a la circunferencia dada.

En el caso del rosetón de 4 pétalos resulta bastante sencillo construir un cuadrado circunscrito

4. (Octubre 2009) Geometría en rosetones góticos

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Jueves 15 de Octubre de 2009 10:12

a la circunferencia dada, tal como puede observarse en la figura siguiente:

Pulsa sobre la imagen para interactuar con ella

Una vez conseguido el cuadrado circunscrito (en realidad es suficiente con uno de sus vértices) se trata de determinar el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo citado, esto es su incentro, como corte de dos de sus bisectrices: la que coincide con el diámetro de la circunferencia dada y la correspondiente al primer nuevo vértice encontrado.

En el siguiente applet puede apreciarse la construcción de nuevo “con regla y compás” de un rosetón de 3 pétalos, a partir de la circunferencia exterior.

Pulsa sobre la imagen para interactuar con ella

Los programas de GD permiten dibujar cómodamente traslaciones, simetrías y rotaciones.

Gracias a ello, una vez construido el primer lóbulo del rosetón, se pueden evitar repeticiones tediosas, de paso que se pone de relieve la simetría rotacional de los rosetones, como puede observarse en la siguiente figura.

Pulsa sobre la imagen para interactuar con ella

La misma herramienta de Rotación nos facilitará la posibilidad de generalizar este método para conseguir polígonos regulares exteriores de cualquier número de lados y no solamente los gaussianos, es decir los construibles con sólo regla y compás.

Puede comprobarse modificando el valor de n en la siguiente construcción.

Pulsa sobre la imagen para interactuar con ella

Un último método diferente es el utilizado en la siguiente figura en la que se utilizan dos vértices consecutivos del polígono regular inscrito. Con ella cerramos este artículo dedicado a

4. (Octubre 2009) Geometría en rosetones góticos

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Jueves 15 de Octubre de 2009 10:12

los rosetones.

Pulsa sobre la imagen para interactuar con ella

En conclusión, hemos tratado de mostrar ejemplos de actividades, con los rosetones como tema central, abordables con *GeoGebra* u otro programa de GD desde tres enfoques diferentes:

- Construcciones en las que se reproducen figuras que conllevan el manejo de elementos geométricos diversos que luego pueden ser medidos.
- Dibujos que son útiles para la comprensión y posterior resolución de problemas con contenido geométrico.
- Construcciones “con regla y compás” que requieren del aprovechamiento de propiedades geométricas significativas.