

El matemático noruego Axel Thue nació un 19 de febrero, así que hoy es un buen día para hablar de la conocida como sucesión de Thue-Morse que

ha aparecido en contextos matemáticos tan diferentes como la teoría de los números – Eugène Prouhet

-, la combinatoria -Alex Thue-, la geometría diferencial -

Marston Morse

- o el ajedrez -

Max Euwe

_

Se trata de una sucesión binaria que tiene la siguiente propiedad: ninguna secuencia finita de números se repite tres veces en la sucesión. Es decir, no hay nunca tres '0' o tres '1' seguidos, ni tres '00', tres '01' o tres '10' consecutivos, ni tres '100', tres '101', tres '110', tres '111', tres '000', tres '001', tres '010' o tres '011' seguidos, etc.

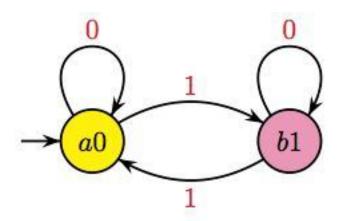
Se define de manera muy sencilla: si u(k) denota el k-ésimo término de la sucesión, entonces

Escrito por Marta Macho Stadler Martes 19 de Febrero de 2013 16:00

u(0)=0, u(2n)=u(n) y u(2n+1)=1-u(n).

Empieza así: 011010011001011010010110011001...,

Otra forma recurrente de definirla es la siguiente: si a(n) denota los 2^n primeros términos de la sucesión, entonces a(0)=0 y a(n+1)=a(n)b(n), donde b(n) se obtiene a partir de a(n) al intercambiar los 0's y los 1's.



Autómata de Thue-Morse

Además u(k) es la suma, módulo 2, de las cifras en el desarrollo binario de k. Por ejemplo, (18)

=10010 y por lo tanto u(18)=0. Este cálculo se realiza por medio del autómata de Thue-Morse

: partiendo del estado inicial, se siguen las transiciones indicadas por los bits del desarrollo binario. Dependiendo del color del estado de llegada, el término de la sucesión es 0 ó 1. Por ejemplo, para el 18, se obtiene:

La sucesión de Thue-Morse

Escrito por Marta Macho Stadler Martes 19 de Febrero de 2013 16:00

$$a0 \xrightarrow{1} b1 \xrightarrow{0} b1 \xrightarrow{0} b1 \xrightarrow{1} a0 \xrightarrow{0} a0$$

y entonces el valor es 0.

PD: Esta entrada participa en la <u>edición 4.1</u> del <u>Carnaval de Matemáticas</u> cuyo blog anfitrión es

Tito

Eliatron Dixit

Artículo publicado en el blog de la Facultad de Ciencia y Tecnología (ZTF-FCT) de la Universidad del País Vasco ztfnews.wordpress.com