



El matemático italiano [Francesco Flores D'Arcais](#) (1849-1927) nació un 26 de enero.

Se licenció en 1869 por la [Università di Pisa](#) y fue profesor de [cálculo infinitesimal](#) en la [Università di Cagliari](#) desde 1874.

Enseñó álgebra y [geometría analítica](#) en la [Università di Bologna](#) en el periodo 1875-1878, y después en la [Università di Padova](#), donde permaneció hasta su muerte.

Fue autor de varios trabajos científicos, entre ellos un curso de cálculo infinitesimal que puede leerse en estos enlaces [[Corso di Calcolo Infinitesimale \(Vol. 1\)](#) , Edit. Angelo Draghi, 1899] y [[Corso di Calcolo Infinitesimale \(Vol. 2\)](#) , Edit. Angelo Draghi, 1901].

470

Ma le funzioni di x, y che compariscono nei secondi membri sono funzioni continue di x, y ; e si analizzano per $x = x_0, y = y_0$, ma chi, dato x , ritenuta, nel piano rappresentativo delle variabili x, y , un intorno del punto (x_0, y_0) per tutti i punti (x, y) del quale i valori assoluti di quei secondi membri si mantengono minori di ϵ , ed avendo perciò

$$|P, q + Q, r| < \epsilon, \quad |P, q| < \epsilon,$$

ed in conseguenza $P, q + Q, r = 0$, $P, q = 0$, e poichè x è diverso da zero, avremo $P = 0$ e quindi anche $Q = 0$. Allo stesso modo si dimostrerebbe che $P_{x-1} = 0, Q_{x-1} = 0, P_{x+1} = 0, Q_{x+1} = 0$, e perciò $r = 0$. Ciò posto, dalle (1) ricaviamo

$$(P_{x-1} - P, q + Q, r) = \frac{1}{p^2} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad \text{da cui } (P_{x-1} - P, q + Q, r) = \frac{1}{p^2} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$

e da questa, come precedentemente, $P_{x-1} = P, q = 0, Q_{x-1} = Q, r = 0$. Tutti dalla (1) i termini uguali, si dimostra, al modo stesso, che $P_{x-2} = P_{x-1}, Q_{x-2} = Q_{x-1}$, e poi che $P_{x-3} = P_{x-2}, Q_{x-3} = Q_{x-2}$, ecc.

214. La parte dell'integrale di $\frac{P, q}{p^2}$ che proviene dalle radici $p = \pm i q$, il cui grado di molteplicità è r , è composta, in seguito alla (1) n. 212, di integrali della forma $\int \frac{P, q}{(x^2 - y^2)^r + y^2} dy$, dove m è intero positivo, il cui calcolo si effizierà nel modo seguente.

Se $m = 1$ abbiamo

$$\int \frac{P, q}{(x^2 - y^2)^2} dy = \frac{1}{2} \frac{P, q(x - y)}{(x^2 - y^2)^2} + (Q + P, q) \int \frac{dy}{(x^2 - y^2)^2}$$
$$= \frac{1}{2} \log |x - y^2 + y^2| + (Q + P, q) \frac{1}{2} \arctan \frac{x - y}{y}.$$

Se m è diverso dall'unità, abbiamo

$$\int \frac{P, q}{(x^2 - y^2)^r + y^2} dy = \frac{1}{2} \frac{P, q(x - y)}{(x^2 - y^2)^r + y^2} + (Q + P, q) \int \frac{dy}{(x^2 - y^2)^r + y^2}$$
$$= -\frac{1}{2(m-1)} \frac{1}{(x^2 - y^2)^{m-1} + y^{2m-2}} + (Q + P, q) \int \frac{dy}{(x^2 - y^2)^{m-1} + y^{2m-2}}.$$

Adesso, così da calcolare l'ultimo integrale $I = \int \frac{dy}{(x^2 - y^2)^{m-1} + y^{2m-2}}$.

471

A tale scopo pongasi $x - y = u$ ed allora

$$1 = \frac{1}{u^{m-1}} \int \frac{dy}{(1 + y^2)^{m-1}}$$

ma

$$(1) \quad \int \frac{dy}{(1 + y^2)^m} = \int \frac{1 + y^2 - y^2}{(1 + y^2)^m} dy = \int \frac{dy}{(1 + y^2)^{m-1}} - \int \frac{y^2 dy}{(1 + y^2)^m},$$

e

$$\int \frac{y^2 dy}{(1 + y^2)^m} = \int \frac{1}{2(m-1)(1 + y^2)^{m-1}} dy,$$

da cui, integrando per parti,

$$\int \frac{y^2 dy}{(1 + y^2)^m} = -\frac{y}{2(m-1)(1 + y^2)^{m-1}} + \frac{1}{2(m-1)} \int \frac{dy}{(1 + y^2)^{m-1}},$$

e la (1) diviene

$$\int \frac{dy}{(1 + y^2)^m} = \frac{1}{2m-2} \frac{y}{(1 + y^2)^{m-1}} + \frac{2m-3}{2m-2} \int \frac{dy}{(1 + y^2)^{m-1}},$$

formula di riduzione, colla quale il calcolo di $\int \frac{dy}{(1 + y^2)^m}$ è ridotto a quello di $\int \frac{dy}{(1 + y^2)^{m-1}}$. Applicando la stessa formula, il calcolo di questo si riduce a quello di $\int \frac{dy}{(1 + y^2)^2}$, e così di seguito, finchè si giunge a $\int \frac{dy}{1 + y^2} = \arctan y$.

Così si verificherebbe subito che

$$\int \frac{dy}{(1 + y^2)^2} = \frac{1}{2} \frac{y}{1 + y^2} + \frac{1}{2} \arctan y,$$
$$\int \frac{dy}{(1 + y^2)^3} = \frac{1}{4} \frac{y}{1 + y^2} + \frac{3}{8} \frac{y}{1 + y^2} + \frac{3}{8} \arctan y,$$

Ma se si continua a leggere la [seconda parte](#) di [La Restauro](#) si capisce che non bisogna fidarsi degli Italiani